每周工作汇报

姓名	侯宇轩	开始日期	2019.2.18	结束日期	2019.2.24

1. 本周任务与计划

1.1 研究任务

阅读蔡老师布置的论文：PDE-Net: Learning PDEs from Data，学习其中的方法，思考如何用其对 level-set 进行改进，来应用在神经纤维瘤分割上。

2. 本周工作概要

2.1 当前的进展

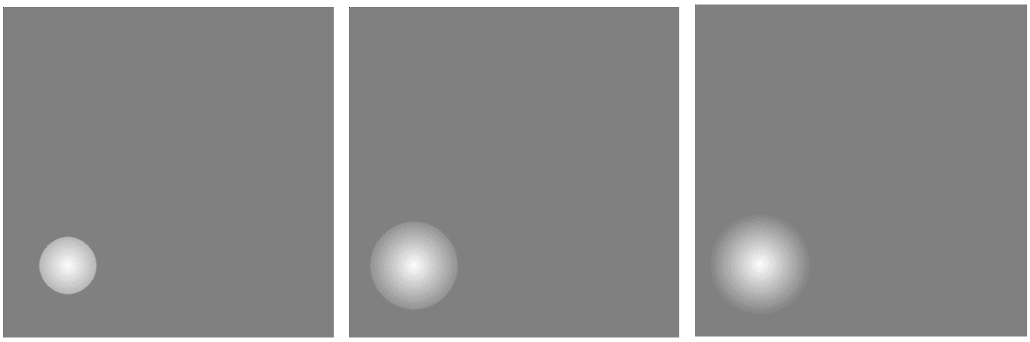
本周工作

依据蔡老师要求，将训练所用数据修改成为 signed distance function（以分割一个圆为例。函数即为距圆心的长度/圆的半径）

$$V = \frac{r_c - \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}}{r_c}$$

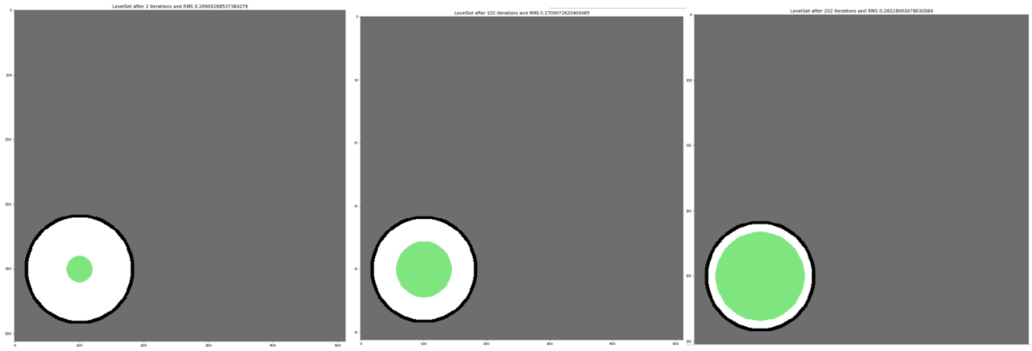
这样可以保证圆周上的 speed=0（水平集扩散到圆周上即停止）圆内 speed 为正（向外），圆外 speed 为负（向内）。

生成的训练数据(速度图)如下：



50 iters　　100 iters　　150 iters

level set 分割过程如下：



50 iters　　100 iters　　150 iters

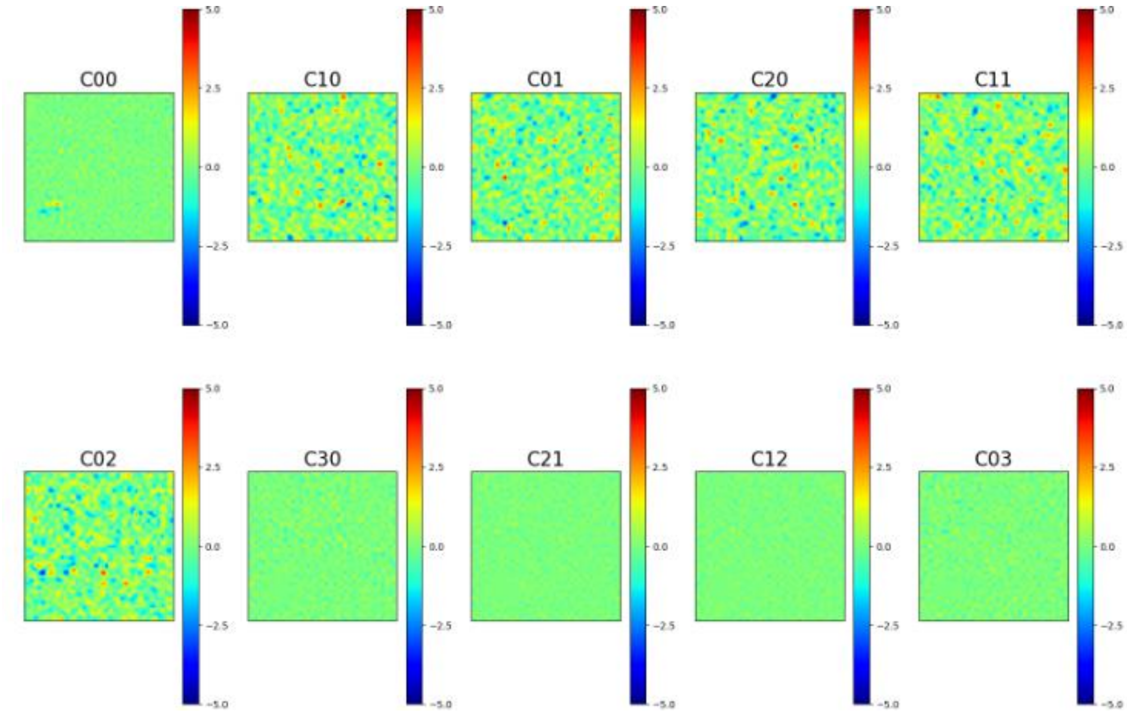
输入到PDE-net 中的训练结果如下：

方程形式如下

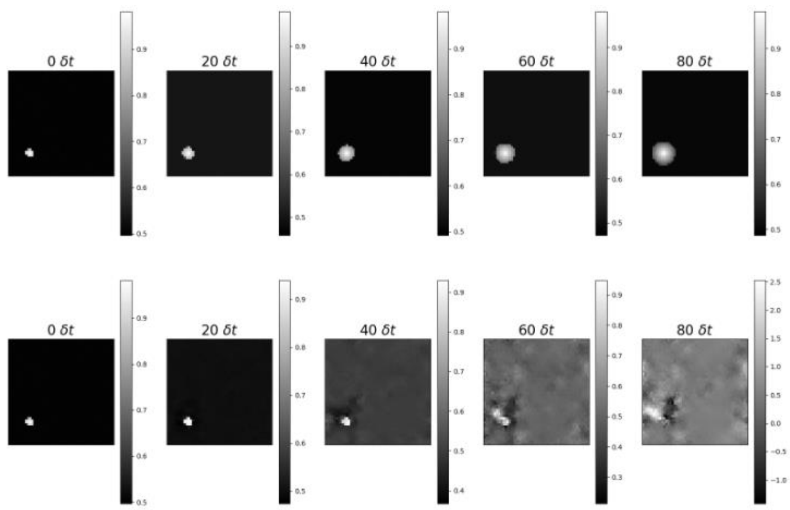
$$\frac{\partial u}{\partial t}=C_{00}(x,y)u+C_{10}(x,y)\frac{\partial u}{\partial x}+C_{01}(x,y)\frac{\partial u}{\partial y}+C_{11}(x,y)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+C_{20}(x,y)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+C_{02}(x,y)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\cdots$$

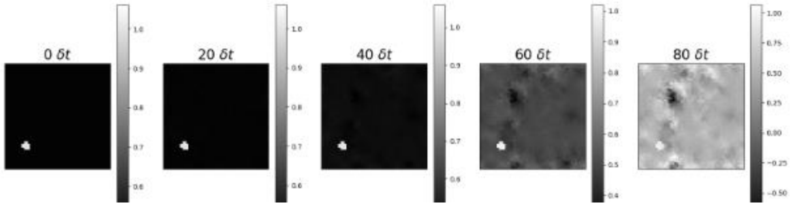
$$u|t=0=u_0(x,y)$$

训练得到的系数：



预测结果如下：





第一行：正确结果 第二行：本次预测结果 第三行：上次同质性 speed map 预测结果

可以看到，将训练数据从同质性的 speed map（将分割区域内的速度全部赋值为 1，分割区域外的速度同样赋值为-1） 变为 signed distance function 后，与修改之前的表现并没有明显差别，仍然会逐渐消失。

任务2： 蔡老师希望我学习水平集与Navier-Stokes流体的关系以对PDE-net修改提供思路。一些笔记如下：

1. 对流方程

ϕ为水平集函数，在零水平集$\phi(\vec{x})=0$附近

若有向量场$\vec{V}(\vec{x})=\big(u(\vec{x}),v(\vec{x}),w(\vec{x})\big),\frac{d\vec{x}}{dt}=\vec{V}(\vec{x})$

为了描述水平集函数的演化，可以使用对流方程

$$\phi_t+\vec{V}\cdot\nabla\phi=0$$

其中脚标t表示对时间t的偏微分
该方程也常被称为水平集方程。

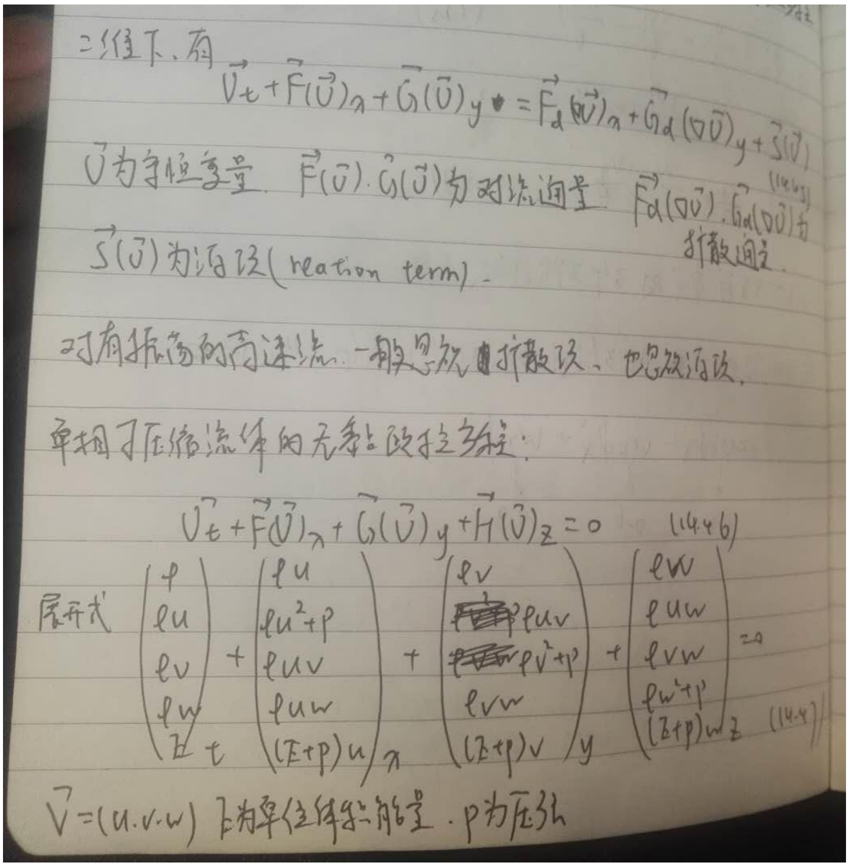
展开可以写成

$$\vec{V}\cdot\nabla\phi=u\phi_x+v\phi_y+w\phi_z$$

对边界上一点的运动，切线方向的速度变化支配了该点的运动，而法线方向的速度变化对其运动基本没有贡献。

2. 可压缩流体方程

单相可压缩流体方程为对流-扩散-反应 守恒方程的一个general system，至多三维。


三维下，有

$$\vec{U}_t+\vec{F}(\vec{U})_x+\vec{G}(\vec{U})_y=\vec{F}_d(\nabla\vec{U})_x+\vec{G}_d(\nabla\vec{U})_y+\vec{S}(\vec{U}) \quad (14.4.5)$$

$\vec{U}$为守恒变量 $\vec{F}(\vec{U})$, $\vec{G}(\vec{U})$为对流通量 $\vec{F}_d(\nabla\vec{U})$, $\vec{G}_d(\nabla\vec{U})$为扩散通量。

$\vec{S}(\vec{U})$为源项(reation term)。

对有振荡的高速流，一般忽略扩散项，也忽略源项。

单相可压缩流体的无黏欧拉方程：

$$\vec{U}_t+\vec{F}(\vec{U})_x+\vec{G}(\vec{U})_y+\vec{H}(\vec{U})_z=0 \quad (14.4.6)$$

展开式

$$\begin{pmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ E\end{pmatrix}_t+\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uw\\ (E+p)u\end{pmatrix}_x+\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho vw\\ (E+p)v\end{pmatrix}_y+\begin{pmatrix}\rho w\\ \rho uw\\ \rho vw\\ \rho w^2+p\\ (E+p)w\end{pmatrix}_z=0 \quad (14.4.7)$$

$\vec{V}=(u,v,w)$ E为单位体积能量，p为压强

此外还学习了对流方程的数值解法（迎风格式，Hamiltol-Jacobi ENO，TVD Runge-Kutta 等等）、双曲守恒定律、体对流与波传导等等。

在与蔡老师交流后，得出结论如下：

（1）Level-set本身就是模拟流体界面的运动，从本质上就是流体力学的过程，

$$\phi_t+\vec{V}\cdot\nabla\phi=0$$

就是经典的哈密顿流。

（2） Level-set感兴趣的是Zero-level的运动，学习的应该是在Level-Set本身的分割过程，也就是Level-Set的演化过程，其本身是一个流体的运动PDE方程求解的过程

现在的主要困难：

1. 不明白应该用什么样的数据进行训练。 原作者训练对流-扩散方程，使用的是原始的演化曲线进行训练。

当前尝试使用level set掩模下的原图/速度图/符号距离函数图训练，发现微分系数学习不到，同时随着时间经过图像会慢慢模糊直到完全看不清，而不是扩张到某边界。

3. 下周工作计划

蔡老师在 Dropbox 中添加了三篇文章辅助我理解。根据其内容试着调整数据。

附表：工作整理

任务类型	任务内容	截止日期	当前进度
工作	肝脏分割比赛（浙一举办）负责 registraion 部分	结束	对肝脏配准继续进行研究、调整。
工作	神经纤维瘤研究（中期目标）		蔡老师提出新方法：使用偏微分方程网络 PDE-net 对 level set 进行改进。现在最重要的是找到网络能学习的合适训练数据。

本周工作时长：8 小时*5+ 3 小时*2 = 46 小时。